Настава физике, број 12, 2023, стр 213 - 216

Једноставан механички акцелерометар

Милан С. Ковачевић

Природно-математички факултет, Крагујевац

Апстракт. У раду је описан принцип рада једноставног мерача убрзања (акцелерометара) који се може направити помоћу танке стаклене цеви у коју се сипа нека течност. Реализован је и демонстрациони експеримент са покретним колицима која се крећу праволинијски равномерно убрзано. Израчуната је вредност убрзања a која је затим упоређена са вредношћу која се добија применом другог Њутновог закона, са истом апаратуром. Описани експеримент је згодно реализовати на часовима физике у гимназијама када се изучава равномерно убрзано праволинијско кретање. Такође, описани приступ је интересантан као демонстрација инерцијалних сила.

Кључне речи: убрзање, други Њутнов закон, убрзано кретање, инерцијална сила.

ДЕФИНИЦИЈА УБРЗАЊА

У природи су многа кретања код којих се брзина мења током времена. Да би се описало промењљиво кретање уводи се величина која се зове убрзање. Код најједноставније врсте праволинијског кретања брзина материјалне тачке се мења равномерно, тако да је убрзање константно у времену. Кретање код кога се брзина у једнаким временским интервалима мења за једнак износ назива се једнако убрзано кретање. Убрзање се овде не мења у времену, па је код једнаког убрзаног кретања појам средњег убрзања могуће заменити једноставно појмом убрзања[†††]. То значи да је

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = const \tag{1}$$

Строго, убрзање се дефинише на следећи начин

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{2}$$

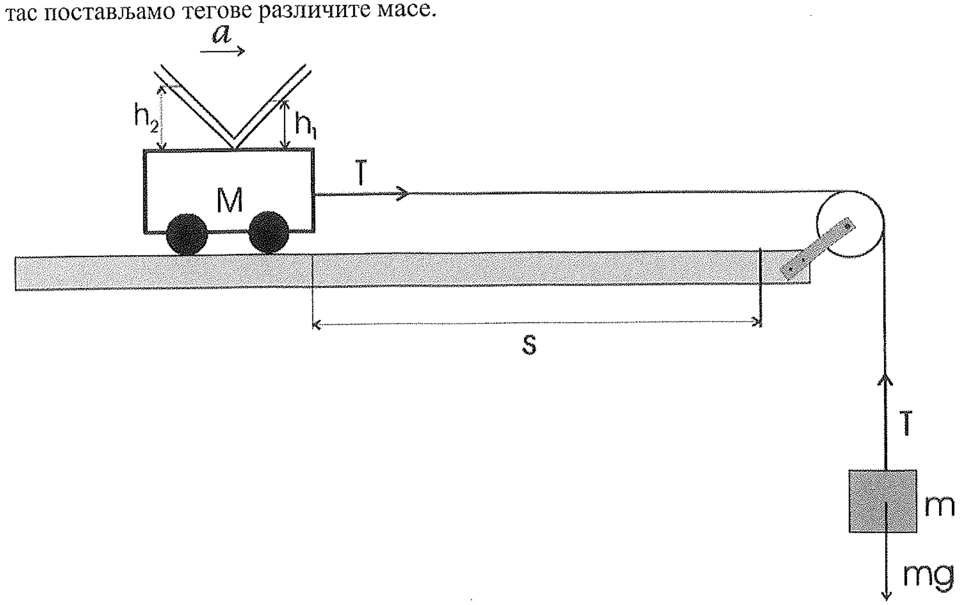
Полазећи од дефиниције тренутне брзине, $v = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, где је $\vec{r}$ радијус вектор, добија се веза између убрзања и радијус вектора:

[†††] Убрзање, или тренутно убрзање.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \tag{3}$$

ОПИТ И ПРОРАЧУН

На слици 1 је приказано постоље које је постављено у хоризонтални положај на столу. По шинама се крећу колица са спојеним судовима, стакленом цеви у облику слова "V" у коју је насута нека течност. Маса колица је М. За колица је везан неистегљив конац, који је пребачен преко котура. За други крај конца је постављен тас на који можемо да стављамо тегове. У правцу кретања колица делује сила затезања конца. Овде постоји и сила трења између колица и шина, али је занемарљиво, јер је она знатно мања од силе затезања. Силу F мењамо тако што на тас постављамо тегове различите масе.



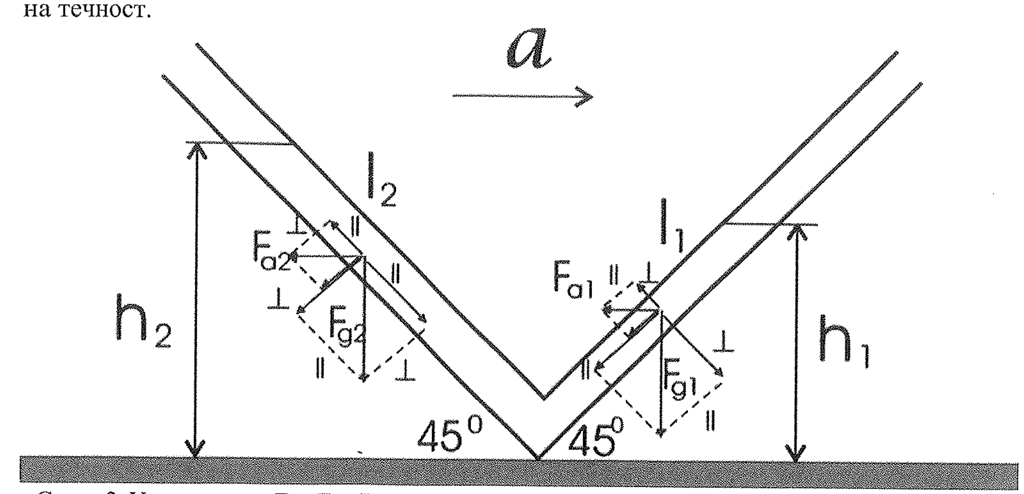
Слика 1. Колица масе M и тег масе m крећу се убрзано са убрзањем a; T је сила затезања, s пређени пут колица. На колицима се налази стаклена цев у облику слова "V" напуњена са течношћу која игра улогу акцелерометра

Наиме, ако референтни систем вежемо за систем спојених судова ("V" цев, колица) који се креће у хоризонталном правцу убрзањем a као на слици, на стубове течности тада поред гравитационе силе вертикално наниже, делује и инерцијална сила у хоризонталном правцу у смеру супротном од смера кретања. Услед деловања инерцијалне силе, стубови течности у овом систему спојених судова ће имати различите висине h_1 и h_2 и при томе је $h_2 > h_1$, као што је приказано на слици 2. На десни стуб течности, масе m_1, делује сила Земљине теже вертикално наниже, $F_{g1}=m_1 g$ и инерцијална сила $F_{a1}=m_1 a$ у смеру с десна на лево. Ове силе се могу раставити на компоненте нормално на зид стуба ($\perp$) и паралелно зиду стуба ($\parallel$)

као на слици 2. Узимајући у обзир да је угао који стуб течности заклапа са x-осом једнак 45^0, добијамо да је укупна сила која делује паралелно зиду стуба течности

$$F_1^{\parallel} = F_{g1}^{\parallel} + F_{a1}^{\parallel} = \frac{F_{g1} + F_{a1}}{\sqrt{2}} = \frac{m_1(g+a)}{\sqrt{2}} \tag{4}$$

Нормална компонента ове силе је компензована силом отпора зида суда која делује на течност.



Слика 2. Уз прорачун: F_{g1}, F_{g2}, F_{a1} и F_{a2}, су гравитациона и инерцијална сила које делују на стуб течности 1 и 2 редом; h_1, h_2, l_1 и l_2 су висине и дужине стуба течности у краку цеви 1 и 2 редом. Симболи $\perp$ и $\parallel$ означавају нормалу и паралелну компоненту одговарајуће силе у односу на зид цеви.

Масу течности густине ρ у стубу 1 дужине l_1 и попречног пресека ΔS можемо наћи помоћу релације

$$m_1 = \rho V_1 = \rho \Delta S\, l_1 = \rho \Delta S\, h_1 \sqrt{2} \tag{5}$$

те се за паралелну компоненту силе на десни стуб течности добија

$$F_1^{\parallel} = \rho (g+a) h_1 \Delta S \tag{6}$$

Притисак у течности на дну десног стуба течности је

$$p_1 = \frac{F_1^{\parallel}}{\Delta S} = \rho (g+a) h_1 \tag{7}$$

У случају мировања, или равномерног праволинијског кретања, a=0, овај израз се своди на хидростатички притисак на дну стуба течности висине h_1 ($p_1=\rho g h_1$). На сличан начин добијамо силу која делује паралено зиду левог стуба течности

$$F_2^{\parallel} = F_{g2}^{\parallel} - F_{a2}^{\parallel} = \frac{F_{g2} - F_{a2}}{\sqrt{2}} = \frac{m_2(g-a)}{\sqrt{2}} \tag{8}$$

док је нормална компонента компензована силом отпора зида суда која делује на стуб течности. Понављајући аналоган поступак, налазимо да је маса m_2 течности у стубу дужине l_2 и попречног пресека ΔS :

$$m_2 = \rho V_2 = \rho \Delta S\, l_2 = \rho \Delta S\, h_2 \sqrt{2} \tag{9}$$

те се за паралелну компоненту силе на леви стуб течности добија

$$F_2^{\parallel} = \rho (g-a) h_2 \Delta S \tag{10}$$

односно, притисак у течности на дну левог стуба

$$p_2 = \frac{F_2^{\square}}{\Delta S} = \rho(g - a)h_2 \tag{11}$$

Како су лви и десни стуб течности спојени, ова два притиска на дну цеви су једнаки: $p_1 = p_2$, одакле се добија

$$a = g\frac{h_2 - h_1}{h_1 + h_2} \tag{12}$$

Читаоцима остављамо као задатак да напишу изразе за компоненте $F_1^{\perp}$ и $F_2^{\perp}$ укупних сила које делују нормално на зидове у стубоввима течности 1 и 2 редом.

ПРЕДЛОГ ЗА ЈЕДАН ЕКСПЕРИМЕНТ

За проверу релације (12) користи се систем који чине колица са "V" стакленом цеви и теговиима (слика 1). Циљ експеримента је да се покаже да убрзање које се добија применом релације (12), мерењем висина h_1 и h_2 при убрзаном кретању колица, приближно одговара убрзању које се добија применом закона убрзаног кретања без почетне брзине, тј. $a=2s/t^2$. Описан концепт мерења убрзања се може проверити и применом Другог Њутновог закона за овај систем колица-тегови, тј. $a=mg/(M+m)$.

h_1	h_2	$a=g(h_2-h_1)/(h_1+h_2)$	s	t	$a=2s/t^2$	$a=mg/(M+m)$

Поставити колица на подлогу, хоризонталне шине на којима се налазе бочни граничници са отворима за постављање фотосензора. Поставити фотосензоре на растојању које је једнако путу колица s. Окачити о слободни крај конца тег m, затим, држећи једном руком колица померати колица у почетни положај, тако да предњи крај колица буде непосредно испред отвора првог фотосензора. Пустити колица да се слободно крећу по подлози. Време t потребно да колица пређу пут од једног до другог фотосензора очитати на дигиталном хронометру. На основу добијених вредности за s и t, користећи горе дате релације израчунати убрзање a. Истовремено кретање колица снимити употребом мобилног телефона како бисмо лакше очитали вредности за h_1 и h_2. Израчунати убрзање применом релације (12) затим извршити упоређивање добијених вредности за a.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чалуковић Н., Физика 1, Београд: Круг, 2005, стр. 41-68
2. Kittel C., Knight W. D., Ruderman M. A., Mechanics, Berkeley physics course, Vol1. NY: McGraw-Hill, 1973, pp. 40-46.
3. Halliday D., Resnick R., Fundamentals of physics, NY: John Wiley & Sons, 1986, pp. 31-35.
4. Савељев И. В., Курс опште физике, том 1, Москва: Наука, 1982, стр. 41-45.

Настава физике, број 12, 2023, стр 217 - 220

Анхармонијски осцилатор

Милан С. Ковачевић[1], Јовица Мишковић[2], Мирослав Јовановић[3,4]

[1]Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
[2]Електротехничка школа „Михајло Пупин", Косовска Грачаница
[3]Гимназија „Јосиф Панчић", Бајина Башта
[4]Техничка школа, Бајина Башта

Апстракт. Анхармонијски осцилатор заузима важну улогу у пракси, јер хармонијски осцилатор је тек теоријска апроксимација када се силе пригушења и други неки фактори могу занемарити. Код оваквих проблема је неопходно узети и зависност учестаности од амплитуде. У раду је приказан један конкретан пример осциловања које је описао амерички физичар Иан Р. Гатланд (I R Gatland). Он је са групом својих сарадника описао један карактеристичан метод прорачуна анхармонијског осцилатора, помоћу којег је могуће описати многе примере осциловања, као на пример одскакање лопте од чврсте подлоге.

Кључне речи: хармонијски и анхармонијски осцилатор.

МОДЕЛ АНХАРМОНИЈСКОГ ОСЦИЛАТОРА

Претпоставимо да се честица масе m креће у правцу x-осе око равнотежног положаја, под дејством силе која је усмерена према њему и има константну вредност $F = -F_0\,\mathrm{sgn}(x)$, gde je F_0 konstanta, док је sgn(x) добро позната логичка функција која одређује знак броја x. Придружени потенцијал има облик $V = F_0|x|$, а једначина кретања честице у том случају постаје $d^2x/dt^2 = -c\,\mathrm{sgn}(x)$ где је $c = F_0/m$. Уз почетне услове за положај и брзину, $t=0$, $x=0$ и $v=0$, за позитивне врдности x добија се решење $x(t)$ у облику $x = A - ct^2/2$ (парабола), које је валидно за временски интервал $-\sqrt{2A/c} < t < \sqrt{2A/c}$. За време изван овог интервала, решење је иста парабола временски померена за $2\sqrt{2A/c}$. Поптпуно решење имаће период $4\sqrt{2A/c}$ и кружне фреквенције $\omega = \sqrt{c\pi^2/8A}$. Како је показано у раду [1], у случају непригушеног осциловања, до решења $x(t)$ се може доћи применом Фуриеовог низа

$$x = 32\pi^{-3}A\sum_{n=0}^{\infty} n^{-3}\sin(n\pi/2)\cos(n\omega t) \tag{1.а}$$

у коме само непарне вредности за n дају ненулте чланове, тако да низ почиње на следећи начин:

$$x = 32\pi^{-3}A\left[\cos(\omega t) - \cos(3\omega t)/27 + \cos(5\omega t)/125 - K\right] \tag{1. б}$$